

2015 年管理类联考综合试卷数学部分（答案及详解）

1. 若实数 a, b, c 满足 $a:b:c=1:2:5$, 且 $a+b+c=24$, 则 $a^2+b^2+c^2=(\quad)$

- A.30 B.90 C.120 D.240 E.270

【答案】E

【解析】由 $a:b:c=1:2:5$ 可设 $\begin{cases} a=k \\ b=2k \\ c=5k \end{cases}$, $k+2k+5k=24 \Rightarrow k=3$. $a^2+b^2+c^2=270$.

2. 某公司共有甲乙两个部门。如果从甲部门调 10 人到乙部门, 那么乙部门人数是甲部门的两倍; 如果把乙部门的员工的 $\frac{1}{5}$ 调到甲部门, 那么两个部门的人数相等。该公司的总人数为

()

- A.150 B.180 C.200 D.240 E.250

【答案】D

【解析】设甲部门 x 人, 乙部门 y 人。 $\begin{cases} 2(x-10)=y+10 \\ x+\frac{1}{5}y=\frac{4}{5}y \\ x+y=240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=90 \\ y=150 \end{cases}$.

3. 设 m, n 是小于 20 的质数, 满足条件 $|m-n|=2$ 的 $\{m, n\}$ 共有 ()

- A.2 组 B.3 组 C.4 组 D.5 组 E.6 组

【答案】C

【解析】小于 20 的质数有 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19。

$\{m, n\}$ 有 $\{3, 5\}, \{5, 7\}, \{11, 13\}, \{17, 19\}$, 共 4 组。

4. 如图 1, BC 是半圆的直径, 且 $BC=4$, $\angle ABC=30^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 ()

- A. $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ B. $\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$ C. $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$ D. $\frac{2}{3}\pi + 2\sqrt{3}$ E. $2\pi - 2\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】设圆心为 O , 连接 OB, OC 可得 $\angle AOB=120^\circ$, 故

$$S_{\text{阴}} = S_{\text{扇}} - S_{\triangle AOB} = \frac{120}{360}\pi \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$$

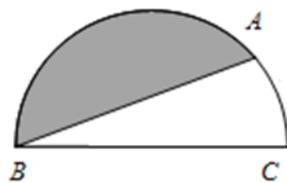


图 1

5.某人驾车从 A 地赶往 B 地,前一半路程比计划多用时 45 分钟,平均速度只有计划的 80%。若后一半路程的平均速度为 120 千米/小时,此人还能按原定时间到达 B 地。A, B 两地的距离为 ()

- A.450 B.480 C.520 D.540 E.600

【答案】D

【解析】设 A,B 两地相距 S 千米,原计划平均速度为 V,

$$\text{可得} \begin{cases} \frac{\frac{S}{2}}{\frac{4}{5}v} = \frac{\frac{S}{2}}{v} + \frac{45}{60} \\ \frac{\frac{S}{2}}{120} = \frac{\frac{S}{2}}{v} - \frac{45}{60} \end{cases} \Rightarrow S = 540$$

6.在某次考试中,甲,乙,丙三个班的平均成绩分别为 80, 81 和 81.5,三个班的学生得分之和为 6952。三个班共有学生 ()

- A.85 B.86 C.87 D.88 E.90

【答案】B

【解析】设三班学生共有 X 人,平均分为 y,可得:

$$\frac{6952}{81.5} < X < \frac{6952}{80} \Rightarrow 85.3 < x < 86.9, \text{故 } x = 86.$$

7.有一根圆柱形铁管,管壁厚度为 0.1 米,内径为 1.8 米,长度为 2 米。若将该铁管熔化后浇铸成长方体,则该长方体的体积为(单位: m^3 ; $\pi \approx 3.14$)

- A.0.38 B.0.59 C.1.19 D.5.09 E.6.28

【答案】C

【解析】 $2\pi(0.9+0.1)^2 - 2\pi \cdot 0.9^2 \approx 1.19.$

8.如图 2,梯形 ABCD 的上底与下底分别为 5,7, E 为 AC 与 BD 的交点, MN 过点 E 且平行于 AD。则 MN=

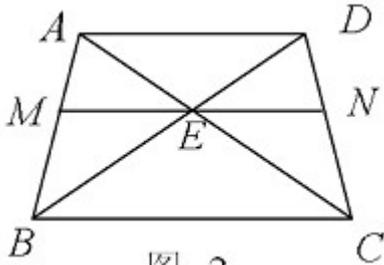
- A. $\frac{26}{5}$ B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{35}{6}$ D. $\frac{36}{7}$ E. $\frac{40}{7}$

【答案】C

【解析】梯形中 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CEB$ 相似 $\Rightarrow \frac{AD}{BC} = \frac{AE}{EC} = \frac{DE}{BE} = \frac{5}{7}$, 故 $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BD} = \frac{5}{12}$, 由于

$MN \parallel BC$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$, $\triangle DNE$ 与 $\triangle DCB$ 相似,

$$\text{可得} \begin{cases} \frac{ME}{BC} = \frac{AE}{AC} = \frac{5}{12} \\ \frac{NE}{BC} = \frac{DE}{BD} = \frac{5}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ME = \frac{35}{12} \\ NE = \frac{35}{12} \end{cases} \Rightarrow MN = \frac{35}{6}$$



9 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x-a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 = ()$

- A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $1+\frac{\sqrt{5}}{3}$ E. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

【答案】E

【解析】直线 $ax - y = 0$, 与圆相切可得:

$$d = \frac{|a^2 - 0|}{\sqrt{a^2 + 1}} = r = 1 \Rightarrow a^4 - a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

10 设点 $A(0,2)$ 和 $B(1,0)$ 在线段 AB 上取一点 $M(x,y)$ ($0 < x < 1$), 则以 x, y 为两边长的矩

形面积的最大值为 ()

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{4}$ E. $\frac{1}{8}$

【答案】B

【解析】过点 A 直线方程为 $x + \frac{y}{2} = 1$ (截距式)

$$S_{\text{矩形}} = xy = x(2 - 2x) = 2[x(1 - x)]$$

均值不等式可得: 当 $x = 1 - x$ 时, S 有最大值为 $\frac{1}{2}$ 。

11 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 + ax - 1 = 0$ 的两个实根, 则 $x_1^2 + x_2^2 = ()$

- A. $a^2 + 2$ B. $a^2 + 1$ C. $a^2 - 1$ D. $a^2 - 2$ E. $a + 2$

【答案】A

$$\text{【解析】} \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}, x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = a^2 + 2$$

12 某新型产业在 2005 年末至 2009 年末产值的年平均增长率为 q , 在 2009 年末至 2013 年末产值的年平均增长率比前四年下降了 40%, 2013 年的产值约为 2005 年产值的 14.46 ($\approx 1.95^4$) 倍, 则 q 的值约为 ()

- A. 30% B. 35% C. 40% D. 45% E. 50%

【答案】E

$$\text{【解析】} \text{ 设 2005 年产值为 } a, \text{ 可得 } a(1+q)^4(1+0.6q)^4 = a \cdot 14.46 \Rightarrow q = 50\%$$

13 一件工作, 甲、乙两人合作需要 2 天, 人工费 2900 元; 乙、丙两人合作需要 4 天, 人工费 2600 元; 甲、丙两人合作 2 天完成了全部工作量的 $\frac{5}{6}$, 人工费 2400 元。甲单独做该工作需要的时间与人工费分别为 ()

- A. 3 天, 3000 元 B. 3 天, 2850 元 C. 3 天, 2700 元 D. 4 天, 3000 元 E. 4 天, 2900 元

【答案】A

$$\text{【解析】} \begin{cases} 2(x+y) = 2900 \\ 4(y+z) = 2600 \\ 2(x+z) = 2400 \end{cases} \Rightarrow x = 1000$$

$$\begin{cases} v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = \frac{1}{2} \\ v_{\text{乙}} + v_{\text{甲}} = \frac{1}{4} \\ v_{\text{甲}} + v_{\text{丙}} = \frac{5}{12} \end{cases} \Rightarrow v_{\text{甲}} = \frac{1}{3}, \text{ 故甲需要 3 天完成。}$$

14 某一次网球比赛的四强对阵为甲对乙、丙对丁, 两场比赛的胜者将争夺冠军。

选手之间相互获胜的概率如下：

	甲	乙	丙	丁
甲获胜概率		0.3	0.3	0.8
乙获胜概率	0.7		0.6	0.3
丙获胜概率	0.7	0.4		0.5
丁获胜概率	0.2	0.7	0.5	

A.0.165 B.0.245 C.0.275 D.0.315 E.0.330

【答案】A

【解析】分两类：第一类：甲胜乙，丙胜丁，甲胜丙 $0.3 \times 0.5 \times 0.3 = 0.045$ ；

第二类：甲胜乙，丁胜丙，甲胜丁 $0.3 \times 0.5 \times 0.8 = 0.12$ 。

故 $0.045 + 0.12 = 0.165$ 。

15 平面上有 5 条平行直线与另一组 n 条平行直线垂直。若两组平行直线共构成 280 个矩形，

则 $n = ()$

A.5 B.6 C.7 D.8 E.9

【答案】D

【解析】矩形可由两种平行线中各取两条构成 $C_5^2 C_n^2 = 280 \Rightarrow n = 8$ 。

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

A：条件（1）充分，但条件（2）不充分。

B：条件（2）充分，但条件（1）不充分。

C：条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分。

D：条件（1）充分，条件（2）也充分。

E：条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来也不充分。

16 已知 a 、 b 为实数，则 $a \geq 2$ 或 $b \geq 2$

(1) $a+b \geq 4$

(2) $ab \geq 4$

【答案】A

【解析】条件一：a, b 必有一个大于 2；充分；

条件二：a, b 都为-3，则不成立；不充分。

17 圆盘 $x^2 + y^2 \leq 2(x+y)$ 被直线 L 分成面积相等的两部分

(1) $L: x+y=2$

(2) $L: 2x-y=1$

【答案】D

【解析】圆盘的圆心为 (1, 1)，直线若过圆心，当且仅当该直线平分圆盘，条件一：直线过圆心，条件二，直线过圆心。故选 D。

18 信封中有 10 张奖券，只有 1 张有奖，从中同时取 2 张奖券，中奖概率为 P ；每次取 1 张后放回，重复 n 次，中奖概率为 Q ，则 $P < Q$

(1) $n=2$

(2) $n=3$

【答案】B

【解析】 $P = \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{45}$ ，条件一： $Q = 1 - \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{19}{100} < P$ ，不充分；

条件二： $Q = 1 - \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{271}{1000} > P$ ，充分；

19 已知 p, q 为非零实数，则能确定 $\frac{p}{q(p-1)}$ 的值

(1) $p+q=1$

(2) $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

【答案】B

【解析】条件一：可知 $q=1-p$ ， $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{-(1-p)^2}$ ，不充分；

条件二：可知 $p+q=pq$ ， $\frac{p}{q(p-1)} = \frac{p}{pq-q} = \frac{p}{p+q-q} = \frac{p}{p} = 1$ ，充分。

20 几个朋友外出游玩，购买了一些瓶装水，则能确定购买的瓶装水数量

- (1) 每人分 3 瓶，剩 30 瓶
 (2) 每人分 10 瓶，则只有一人不够

【答案】C

【解析】显然由条件一，二无法单独得出瓶装水数量，当条件一，二都成立时，设人数为 x 人， $0 < 10x - (3x + 30) \leq 10 \Rightarrow 30 < 7x \leq 40$ ， $x=5$ ，故选 C。

21 设 $\{a_n\}$ 是等差数列，则能确定 $\{a_n\}$

- (1) $a_1 + a_6 = 0$
 (2) $a_1 a_6 = -1$

【答案】E

【解析】显然由条件一，二无法单独确定 $\{a_n\}$ 当条件一，二都成立时，

$$\begin{cases} a_1 + a_6 = 0 \\ a_1 a_6 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_6 = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a_1 = -1 \\ a_6 = 1 \end{cases}, \text{ 所以无法确定。}$$

$$22 M = (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \cdots + a_n)$$

$$N = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1})$$

则 $M > N$

- (1) $a_1 > 0$
 (2) $a_1 a_n > 0$

【答案】B

【解析】

$$\begin{aligned}
 M-N &= (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \cdots + a_n) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) \\
 &= (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})[(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) + a_n] \\
 &\quad - [(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) + a_n](a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) \\
 &= a_n(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) - a_n(a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}) \\
 &= a_1 a_n
 \end{aligned}$$

所以当 $a_1 a_n > 0$ 时, $M > N$ 。

23 已知 x_1, x_2, x_3 为实数, \bar{x} 为平均值, 则 $|x_k - \bar{x}| \leq 1, k=1,2,3$

(1) $|x_k| \leq 1, k=1,2,3$

(2) $x_1 = 0$

【答案】C

【解析】条件一: 当 $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 1$ 时 $|x_1 - \bar{x}| > 1$, 不充分;

条件二: $x_1 = 0$, 明显不充分。

当条件一, 二都成立时, $\bar{x} = \frac{x_2 + x_3}{2} < 1, |x_1 - \bar{x}| = \bar{x} < 1, |x_2 - \bar{x}| = \left| \frac{x_2 - x_3}{2} \right| < 1,$

同理: $|x_3 - \bar{x}| = \left| \frac{-x_2 + x_3}{2} \right| < 1,$ 故选 C。

24 已知 $\{a_n\}$ 是公差大于 0 的等差数列, S_n 是该数列前 n 项的和, 则 $S_n \geq S_{10}, n=1,2,\dots$

(1) $a_{10} = 0$

(2) $a_{11} a_{10} < 0$

【答案】D

【解析】条件一: $a_{10} = 0$, 因为 $d > 0$, 所以

$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_9 < a_{10} = 0 < a_{11} < a_{12} < a_{13} \dots < a_{\infty} \Rightarrow S_n \geq S_{10}$; 充分。

条件二: $a_{11} a_{10} < 0$, 因为 $d > 0$, 即 $a_{11} > a_{10} \Rightarrow a_{11} > 0, a_{10} < 0, \Rightarrow S_n \geq S_{10}$, 充分。

25 底面半径为 r ，高为 h 的圆柱表面积为 S_1 ，半径为 R 的球表面积为 S_2 ，则 $S_1 \leq S_2$

$$(1) R \geq \frac{r+h}{2}$$

$$(2) R \leq \frac{2h+r}{3}$$

【答案】C

【解析】

$$S_1 = 2\pi rh, S_2 = 4\pi R^2$$

$$\text{条件一: } S_2 = 4\pi R^2 \geq \pi(r+h)^2 \geq \pi r^2 + \pi h^2 + 2\pi rh$$

$$\text{条件二: } S_2 - S_1 \geq \pi(h^2 - r^2) \text{ 显然不充分}$$

$$\text{综合上式: } \frac{2h+r}{3} \geq \frac{r+h}{2} \Rightarrow h \geq r$$

$$\text{由条件二} \Rightarrow S_2 - S_1 \geq 0$$